

Instituto Astronômico e Geofísico
Universidade de São Paulo

Monografia de Exame de Qualificação de Mestrado

Tema: **Convecção em Estrelas**

Data: 23/03/98

Aluno: Alex Ignácio da Silva

Orientadora: Sueli M. Viegas

Agência Financiadora: FAPESP

Índice

1. Introdução	3
2. Condições para a Ocorrência de Convecção	4
2.1. O Critério de Schwarzschild	4
2.2. O Gradiente Adiabático.....	7
2.3. O Gradiente Radiativo.....	9
2.4. Regiões da Estrela Onde Ocorre Convecção	10
3. A Teoria do Comprimento de Mistura	13
3.1. O Fluxo Convectivo.....	13
3.2. A Escala de Pressão.....	15
3.3. Alguns Valores Típicos	15
4. Overshooting convectivo	19
5. Turbulência	21
6. Conclusão.....	22
7. Bibliografia.....	23

1. Introdução

As estrelas estão continuamente emitindo energia para o espaço a partir de suas superfícies. Entretanto, para que as camadas da superfície estelar possam continuar a emitir por muito tempo é necessário que haja uma reposição dessa energia a partir das camadas mais interiores da estrela.

Isso nos leva a investigar quais são os mecanismos responsáveis pelo transporte da energia produzida pela estrela desde o seu interior, onde se produzem as reações de fusão nuclear, até as suas camadas mais exteriores.

Existem basicamente três mecanismos distintos através dos quais este transporte de energia pode se realizar: *radiação*, *condução* e *convecção*. Em todos os três é necessário a existência prévia de um gradiente de temperatura a fim de que o fluxo de energia num sentido supere o fluxo de energia na direção contrária, assim gerando um fluxo resultante não nulo orientado das regiões mais quentes para as mais frias.

Um quarto mecanismo de transporte de energia seria a *emissão de neutrinos*, que transporta a energia diretamente para fora da estrela devido à baixa seção de choque de interação com a matéria dessas partículas.

Aqui trataremos exclusivamente o mecanismo de convecção, com o qual todos nós estamos familiarizados no nosso dia-a-dia, posto que as mudanças do clima freqüentemente são causadas por convecção na atmosfera do nosso planeta.

O transporte de energia na convecção se dá através do deslocamento de elementos macroscópicos de matéria, como podemos notar num dia de verão quando a camada de ar quente junto ao solo se desloca para cima fazendo com que os raios de luz que a atravessam sejam ligeiramente desviados devido à mudança do índice de refração com a temperatura. Isso faz com que a imagem que chega até nos mostre a aparência oscilante que estamos acostumados a ver.

Também no nosso Sol ocorrem esses movimentos de matéria em larga escala. Se observarmos detalhadamente a superfície solar notaremos uma estrutura granular de regiões claras e escuras (figura (1-1)).

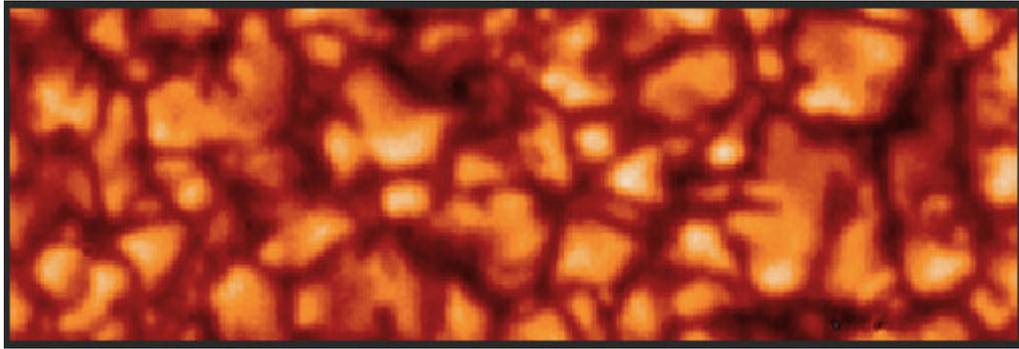


figura 1-1: Estrutura granular do nosso sol.

Cada um dos pequeninos grãos na verdade mede cerca de 500 km , e quando um deles atinge a superfície, permanece ali um certo tempo até desaparecer completamente e ceder lugar a outros grãos. As regiões claras são elementos convectivos quentes que aquecem a superfície solar liberando o excesso de temperatura e logo se convertem numa região escura à medida que os grão retorna para esfriar a região mais interior. O mecanismo convectivo opera então no sentido de diminuir o gradiente de temperatura.

Nesta monografia nos ocuparemos em investigar apenas os aspectos mais gerais do mecanismo da convecção.

2. Condições para a Ocorrência de Convecção

2.1. O Critério de Schwarzschild

Os mecanismos de radiação e condução estão sempre em operação no interior da estrela, ainda que em maior ou menor intensidade, pois para que eles entrem em operação basta a existência de um gradiente de temperatura.

O cálculo detalhado do transporte radiativo mostra que:

$$F_{rad} = -\frac{4ac}{3\kappa\rho} T^3 \frac{dT}{dr} \quad [2-1]$$

onde o fluxo condutivo pode já estar incorporado através do valor da opacidade através da definição de uma opacidade condutiva apropriada κ_{cond} , de tal forma que a opacidade total será dada por:

$$\frac{1}{\kappa} = \frac{1}{\kappa_{\text{rad}}} + \frac{1}{\kappa_{\text{cond}}} \quad [2-2]$$

Suponhamos então que um grande fluxo precise ser transportado através de uma região de alta opacidade, seria então possível que o gradiente de temperatura na estrela pudesse aumentar para valores indefinidamente altos?

Em 1906 Karl Schwarzschild demonstrou que ocorre uma instabilidade para movimentos de convecção do gás se o gradiente de temperatura for alto demais.

Podemos entender o motivo dessa instabilidade através do seguinte argumento:

Consideremos um elemento de matéria em equilíbrio numa região de pressão P e densidade ρ . Se ele sofrer uma leve perturbação aleatória e for deslocado para baixo numa região onde a pressão agora é $P + dP$ e a densidade é $\rho + d\rho$ ele não mais se encontrará em equilíbrio com as suas vizinhanças, mas estará sujeito a forças de empuxo*. Se essas forças atuarem no sentido de empurrarem o elemento para cima ele então retornará à sua posição de equilíbrio e o movimento será amortecido. Entretanto se as forças tenderem a empurrar o elemento para baixo o movimento será amplificado e terá sido estabelecida uma instabilidade para movimentos convectivos.

Uma vez que o elemento chega à região de pressão $P + dP$, esse excesso de pressão nas vizinhanças rapidamente o contrairá até que a pressão se iguale ao meio exterior. Se esse processo for rápido o suficiente tal que o elemento não tenha tempo de trocar calor com o meio a contração será adiabática e a nova densidade do elemento será $\rho + \left(\frac{d\rho}{dP}\right)_{\text{ad}} dP$. Se essa densidade for maior que a densidade do meio o elemento continuará a afundar pelo princípio de Arquimedes, de modo que a condição para haver instabilidade convectiva pode ser expressada da seguinte forma:

$$\rho + \left(\frac{d\rho}{dP}\right)_{\text{ad}} dP > \rho + d\rho \quad [2-3]$$

* “buoyant forces”, em inglês.

Se o elemento tivesse sido originalmente perturbado para cima, de tal forma que dP e $d\rho$ fossem negativos, a condição para instabilidade convectiva seria que a nova densidade fosse menor que a densidade do meio, de tal forma que a desigualdade acima também seria verificada.

Vamos agora expressar essa condição numa forma mais prática:

$$\left(\frac{d\rho}{dP}\right)_{ad} > \frac{d\rho}{dP} \quad [2-4]$$

Usando a equação de estado de gases perfeitos não degenerados $P \propto \rho T$ (supondo o peso molecular médio μ constante),

$$\frac{dP}{P} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T} \quad [2-5]$$

$$\frac{d\rho}{dP} = \frac{\rho}{P} - \frac{\rho}{T} \frac{dT}{dP} \quad [2-6]$$

De modo que a condição [2-4] pode ser expressada,

$$\frac{dT}{dP} > \left(\frac{dT}{dP}\right)_{ad} \quad [2-7]$$

Multiplicando ambos os lados pela quantidade positiva P/T ,

$$\frac{d \ln T}{d \ln P} > \left(\frac{d \ln T}{d \ln P}\right)_{ad} \quad [2-8]$$

Para fins notacionais é comum abreviar o gradiente logarítmico,

$$\nabla \equiv \frac{d \ln T}{d \ln P} \quad [2-9]$$

Assim, considerando a condição de instabilidade convectiva em uma camada inicialmente em equilíbrio radiativo teremos,

$$\nabla_{rad} > \nabla_{ad} \quad [2-10]$$

Esse é o chamado *critério de Schwarzschild* para instabilidade convectiva. Dele podemos concluir que a convecção será favorecida para valores de ∇_{ad} muito baixos ou ainda valores de ∇_{rad} muito altos. A seguir consideramos separadamente as duas possibilidades.

2.2. O Gradiente Adiabático

Vamos a seguir calcular o valor de ∇_{ad} para determinar em que situações ele pode tornar-se pequeno.

Para uma transformação adiabática pode-se demonstrar a partir das relações termodinâmicas básicas:

$$PV^\gamma = cte \quad [2.11]$$

Onde o expoente adiabático γ é definido como a razão entre os calores específicos,

$$\gamma \equiv \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_v + R}{C_v} = 1 + \frac{R}{C_v} \quad [2-12]$$

(R é a constante dos gases ideais)

Usando a equação dos gases perfeitos $V \propto T/P$,

$$P^{1-\gamma} T^\gamma = cte \quad [2-13]$$

diferenciando,

$$(1-\gamma) \frac{dP}{P} + \gamma \frac{dT}{T} = 0 \quad [2.14]$$

de onde tiramos diretamente que,

$$\nabla_{ad} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} = 1 - \frac{1}{\gamma} \quad [2-15]$$

Para um gás monoatômico perfeito $\gamma = 5/3$, e portanto $\nabla_{ad} = 2/5 = 0.4$.

Se considerarmos ainda o efeito da ionização do gás teremos que os calores específicos serão aumentados, posto que parte da energia que seria utilizada para aumentar a temperatura do gás (relacionada com a energia cinética) é empregada para ionizar o material. De acordo com a equação [2-12] teremos uma diminuição do expoente adiabático com o aumento do calor específico C_V , o que de acordo com a equação [2-15] implicará numa diminuição do gradiente adiabático.

Concluimos então que se os efeitos de ionização do gás forem significativos teremos uma redução do gradiente adiabático.

A figura (2-1) mostra as regiões de ionização do sol e a conseqüente diminuição do gradiente adiabático:

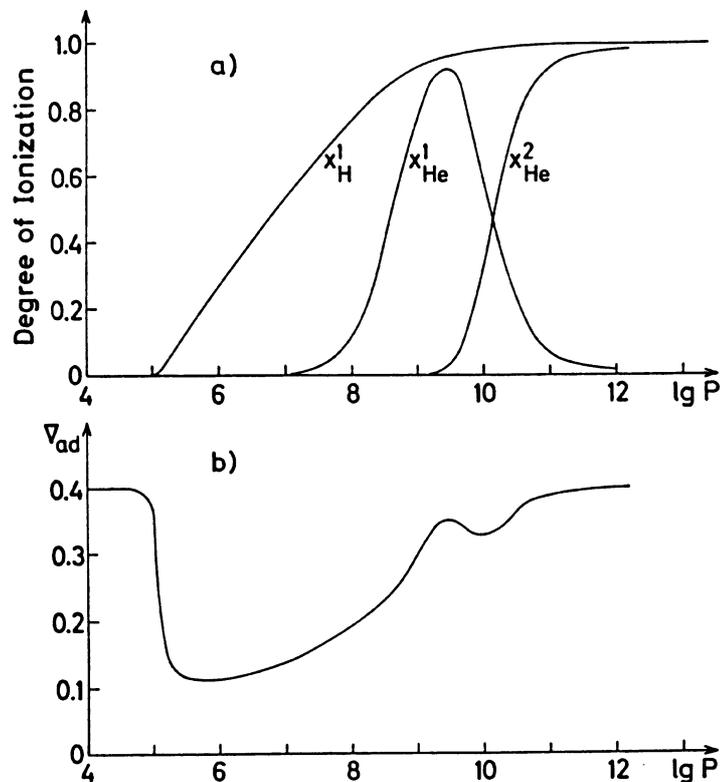


figura 2-1: As regiões de ionização do sol responsáveis pela diminuição do gradiente adiabático.

Um efeito semelhante ocorre em estrelas que possuem uma região de dissociação da molécula de H_2 , também causando uma queda no gradiente adiabático.

Até aqui consideramos implicitamente que toda a pressão da estrela é devido unicamente à pressão do gás $P = P_g$. Entretanto se levarmos em consideração também a pressão da radiação teremos então $P = P_g + P_{\text{rad}}$.

Definimos os expoentes de Chandrasekhar de forma a preservar a forma das equações do tipo da equação [2-14], a qual pode ser generalizada para incluir os efeitos da pressão da radiação:

$$\frac{dP}{P} + \frac{\Gamma_2}{1-\Gamma_2} \frac{dT}{T} = 0 \quad [2-15]$$

Se definirmos o parâmetro $\beta = P_g / P$ pode-se demonstrar que o expoente de Chandrasekhar é dado por:

$$\Gamma_2 = \frac{32 - 24\beta - 3\beta^2}{24 - 18\beta - 3\beta^2} \quad [2-16]$$

Assim se a pressão de radiação for desprezível $\beta \rightarrow 1$ e recobramos o valor do expoente adiabático obtido anteriormente $\Gamma_2 = 5/3 = \gamma$. No outro extremo em que a pressão da radiação domina teremos $\beta \rightarrow 0$, e portanto $\Gamma_2 = 4/3$ e $\nabla_{\text{ad}} = 1/4 = 0.25$.

Notamos então que teremos uma diminuição do gradiente adiabático se a pressão da radiação for significativa.

2.3. O Gradiente Radiativo

Vamos agora considerar uma camada em equilíbrio radiativo; combinando a equação [2-1] com a equação de equilíbrio hidrostático,

$$\frac{dP}{dr} = -g\rho \quad [2-17]$$

Onde g é o valor da gravidade,

$$g = \frac{Gm}{r^2} \quad [2-18]$$

obtemos então,

$$\frac{dT}{dP} = \frac{3\kappa F_{rad}}{4acT^3 g} \quad [2-19]$$

de modo que,

$$\nabla_{rad} = \frac{3\kappa F_{rad} P}{4acT^4 g} \quad [2-20]$$

De onde podemos inferir que o gradiente radiativo será alto se tivermos um grande fluxo a ser transportado ou se o meio for bastante opaco.

2.4. Regiões da Estrela Onde Ocorre Convecção

Vamos agora investigar em que regiões da estrela ocorre convecção.

A figura (2-2) mostra as regiões onde ocorre transporte de energia por radiação (área branca) e convecção (área “nublada”) para as estrelas de idade zero na seqüência principal.

Da figura notamos que o mecanismo de convecção domina nos envelopes de estrelas da seqüência principal inferior (estrelas de massas extremamente baixas, $M < 0.25 M_{\odot}$ são completamente convectivas) e no caroço das estrelas da seqüência principal superior, sendo que a transição se dá aproximadamente para $M \sim 1 M_{\odot}$.

Podemos entender isso à luz do critério de Schwarzschild investigando como variam os gradientes radiativo e adiabático no interior da estrela.

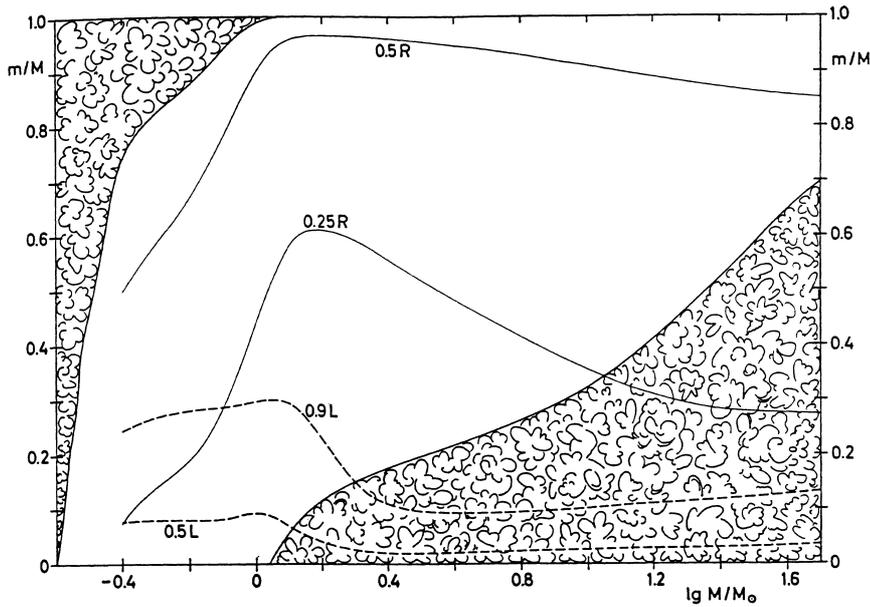


figura 2-2: regiões das estrelas da seqüência principal de idade zero onde ocorrem condução (área branca) e convecção (área "nublada"). As linhas tracejadas indicam as regiões onde é produzida 50% e 90% da luminosidade total, ao passo que as linhas cheias mostram onde fica $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{2}$ do raio da estrela.

A figura (2-3) mostra os valores de ∇_{rad} e ∇_{ad} para uma estrela de idade zero na seqüência principal de $10 M_{\odot}$.

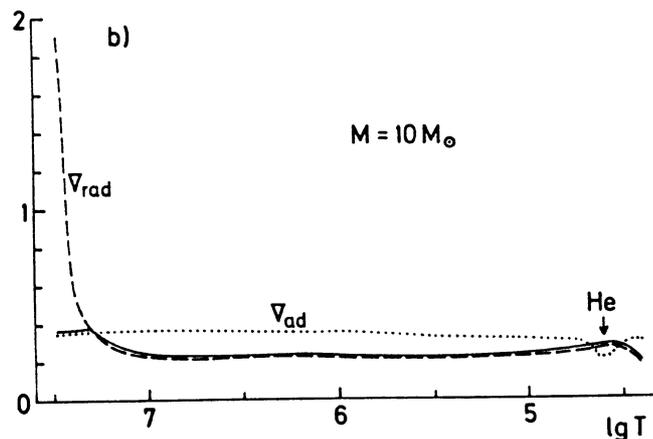


figura 2-3: Os gradientes radiativo e adiabático em uma estrela de $10 M_{\odot}$.

Podemos notar um grande aumento de ∇_{rad} nas regiões centrais da estrela, o que se deve ao fato da energia estar sendo gerada pelo ciclo CNO, cuja taxa de produção de energia é extremamente dependente da temperatura ($\epsilon_{\text{CNO}} \propto T^{16}$), o que faz com que a energia seja produzida nas regiões bem centrais (o que é evidenciado pelas curvas

de luminosidade constante na figura (2-2)). Como $F \propto r^{-2}$ teremos um fluxo de energia extremamente alto que é responsável pelo alto valor de ∇_{rad} .

Da figura (2-2) podemos notar também que a fronteira da região do caroço convectivo move-se cada vez mais para o exterior à medida que a estrela é mais massiva.

Isso se dá devido ao aumento da importância da pressão da radiação para as estrelas mais massivas, diminuindo ∇_{ad} . Para estrelas de $50 M_{\odot}$ cerca de 70% da massa é coberta pelo caroço convectivo, até que no limite estrelas supermassivas tornam-se completamente convectivas.

A figura (2-4) mostra os gradientes para uma estrela de idade zero na seqüência principal de $1 M_{\odot}$.

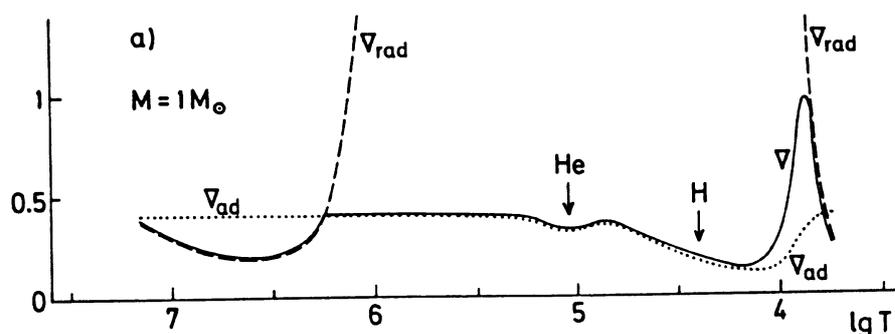


figura 2-4: Os gradientes radiativo e adiabático para um estrela de $1 M_{\odot}$.

Aqui a produção de energia se dá pelo ciclo p-p, cuja taxa de produção de energia não é tão dependente com a temperatura ($\epsilon_{pp} \propto T^{4.5}$), fazendo com que a geração de energia se dê numa região maior, diminuindo os fluxos e portanto ∇_{rad} .

À medida que nos aproximamos das regiões de ionização do He e do H temos uma diminuição de ∇_{ad} que se torna menor que 0.4 (podendo mesmo chegar a 0.1).

Notamos que nessa mesma região ∇_{rad} atinge valores absurdamente altos, maiores do que 10^5 ! Isso deve-se ao aumento da opacidade devido ao íon H^- que se torna mais abundante nessa região e também porque nessas temperaturas mais átomos de H estarão excitados no segundo e terceiro níveis de energia, também aumentando a opacidade em $\lambda < 8200 \text{ \AA}$.

3. A Teoria do Comprimento de Mistura

3.1. O Fluxo Convectivo

Infelizmente não existe uma teoria precisa e geral o suficiente para descrever quantitativamente o mecanismo da convecção, o melhor de que dispomos presentemente é uma descrição fenomenológica baseada na *teoria do comprimento de mistura*.

Segundo essa teoria um elemento convectivo de matéria se desloca em média uma distância λ (denominada *comprimento de mistura*) até termalizar com as vizinhanças e perder a identidade.

Vamos então aplicar essa idéia e estimar o fluxo convectivo:

Se o elemento convectivo possui um excesso de temperatura δT , então o excesso de energia por unidade de volume vinculado será $\rho C_p \delta T$. Se a velocidade do elemento for v , teremos que o fluxo convectivo será dado por:

$$F_{\text{conv}} = \rho C_p \delta T v \quad [3-1]$$

O trabalho por unidade de volume realizado pela força de empuxo ao acelerar o elemento será:

$$W = - \int_0^{\lambda/2} g \delta \rho dx \quad [3-2]$$

Igualando essa quantidade à energia cinética por unidade de volume $\frac{1}{2}\rho v^2$ encontramos a velocidade:

$$v^2 = - \frac{2g}{\rho} \int_0^{\lambda/2} \delta \rho dx \quad [3-3]$$

Da equação dos gases perfeitos temos que $\delta\rho/\rho = -\delta T/T$ (com $\delta P = 0$), assim:

$$v^2 = \frac{2g}{T} \int_0^{\lambda/2} \delta T dx \quad [3-4]$$

Introduzindo a taxa de variação de temperatura do elemento $(dT/dr)_{el}$ teremos que o excesso de temperatura será aproximadamente:

$$\delta T = \left[\left(-\frac{dT}{dr} \right) - \left(-\frac{dT}{dr} \right)_{el} \right] x \quad [3-5]$$

Assumindo que o processo é rápido o suficiente para não haver troca de calor entre o elemento e o meio,

$$\delta T = \left[\left(-\frac{dT}{dr} \right) - \left(-\frac{dT}{dr} \right)_{ad} \right] x \quad [3-6]$$

Para fins notacionais abreviaremos o termo entre colchetes pelo símbolo $\Delta\nabla T$. Substituindo [3-6] em [3-4],

$$v^2 = \frac{2g}{T} \Delta\nabla T \int_0^{\lambda/2} x dx \quad [3-7]$$

Substituindo [3-7] e [3-6] (com $x = \lambda/2$) em [3-1], teremos finalmente:

$$F_{conv} = \rho C_p \left(\frac{g}{T} \right)^{1/2} (\Delta\nabla T)^{3/2} \left(\frac{\lambda}{2} \right)^2 \quad [3-8]$$

3.2. A Escala de Pressão

Da equação [3-8] para o fluxo convectivo apenas o comprimento de mistura λ não está relacionado com as outras quantidades físicas da estrela, seu valor deve ser determinado de maneira independente.

Uma escolha feita usualmente e que costuma reproduzir bem as observações é assumi-lo como sendo da ordem da escala de pressão H_p . Vamos a seguir estimá-la:

Partindo da equação de equilíbrio hidrostático,

$$\frac{dP}{P} = -\frac{GM\rho dr}{Pr^2} \quad [3-9]$$

Tomando H_p como a distância em que $\delta P/P \sim 1$,

$$H_p \cong -P \frac{dr}{dP} \quad [3-10]$$

$$\frac{dP}{P} \cong \frac{GM\rho}{Pr^2} H_p \cong 1 \quad [3-11]$$

$$H_p \cong \frac{Pr^2}{GM\rho} \quad [3-12]$$

Um valor que ajusta as observações do raio solar é tomar $(\lambda/H_p) \sim 1.5$.

3.3. Alguns Valores Típicos

Nessa seção faremos estimativas numéricas da ordem de grandeza dos parâmetros físicos envolvidos na teoria do comprimento de mistura com o intuito de ganhar um maior entendimento sobre o mecanismo da convecção.

Para tanto adotaremos como valores de certas variáveis, valores característicos do Sol:

variável [unidade]	interior estelar	atmosfera estelar
r [cm]	$3 \cdot 10^{10}$	$7 \cdot 10^{10}$
M [g]	10^{33}	$2 \cdot 10^{33}$
P [dyn cm ⁻²]	10^{15}	10^5
ρ [g cm ⁻³]	1.4	10^{-7}

tabela 3-1: valores característicos de grandezas físicas no interior e atmosfera solares.

De posse desses valores típicos podemos estimar o valor do comprimento de mistura tomando-o como a escala de pressão, de acordo com a equação [3-12] teremos então:

$$\lambda_{\text{interior}} \sim 1 \cdot 10^{10} \text{ cm} \quad [3-13]$$

$$\lambda_{\text{atmosfera}} \sim 4 \cdot 10^7 \text{ cm} \quad [3-14]$$

Vamos agora estimar o valor de $\Delta \nabla T$, isolando-o em [3-8],

$$(\Delta \nabla T)^{3/2} = \frac{F_{\text{conv}}}{\rho C_p} \left(\frac{2}{\lambda} \right)^2 \left(\frac{T}{g} \right)^{1/2} < \frac{F}{\rho C_p} \left(\frac{2}{\lambda} \right)^2 \left(\frac{T}{g} \right)^{1/2} \quad [3-15]$$

Novamente usando valores típicos do interior solar,

$$\mu \cong 1 \quad [3-16]$$

$$C_p \cong \frac{5k}{2\mu m_0} \cong 2 \cdot 10^8 \text{ erg} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \quad [3-17]$$

$$g \cong \frac{GM}{r^2} \cong 7 \cdot 10^4 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2} \quad [3-18]$$

$$T \cong 1 \cdot 10^7 \text{ K} \quad [3-19]$$

$$L \cong 3.8 \cdot 10^{33} \text{ erg s}^{-1} \quad [3-20]$$

$$F = \frac{L}{4\pi r^2} \cong 3.4 \cdot 10^{11} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \quad [3-21]$$

Combinando esses valores com os obtidos anteriormente,

$$\Delta \nabla T < 7 \cdot 10^{-11} \text{ K cm}^{-1} \quad [3-22]$$

Comparando com o gradiente de temperatura $\sim T/r \sim 3 \cdot 10^{-4}$ teremos então que o gradiente de temperatura diferirá do gradiente adiabático por uma fração irrisória de $2 \cdot 10^{-7}$!

O mecanismo convectivo será então extremamente eficiente no sentido de que um desvio mínimo do gradiente de temperatura em relação ao gradiente adiabático já é suficiente para transportar toda a energia. Nessas condições praticamente todo o fluxo de energia é transportado por convecção e não necessitamos recorrer à equação [3-8] para calcular o gradiente real, posto que com grande precisão podemos adotá-lo como sendo idêntico ao gradiente adiabático.

Isso livra o modelo das incertezas introduzidas pelo parâmetro λ , e simplifica as equações do interior estelar permitindo utilizar relações adiabáticas do tipo $P = K \rho^\gamma$.

Entretanto na atmosfera estelar o mecanismo convectivo não é muito eficiente devido a baixos valores de densidade e comprimento de mistura (vide valores citados anteriormente), de modo que a aproximação do gradiente de temperatura como sendo praticamente o gradiente adiabático não é muito boa.

Neste caso temos que recorrer à equação [3-8] para calcular o gradiente de temperatura, e as incertezas com relação a determinação do comprimento de mistura causarão erros na determinação exata da estrutura da atmosfera estelar. Esse problema só poderia ser contornado se dispuséssemos de uma teoria mais precisa do que a teoria do comprimento de mistura.

Adotando $\Delta \nabla T \sim 7 \cdot 10^{-11} \text{ K cm}^{-1}$ e $x = \lambda_{\text{interior}} \sim 1 \cdot 10^{10} \text{ cm}$, podemos utilizar a equação [3-6] para estimar o excesso de temperatura vinculado ao elemento convectivo:

$$\delta T \sim 1 \text{ K} \quad [3-23]$$

Isso é apenas uma pequena perturbação se comparada com a temperatura de milhões de graus kelvins.

Usando ainda $g \sim 7 \cdot 10^4 \text{ cm s}^{-2}$, $T \sim 10^7 \text{ K}$ podemos utilizar a equação [3-7] para estimar a velocidade do elemento convectivo:

$$v \sim 0.05 \text{ km s}^{-1} \quad [3-24]$$

o que é 4 ordens de grandeza menor que as velocidades térmicas do gás a 10^7 K . Assim os efeitos hidrodinâmicos produzidos pelos movimentos convectivos serão menores do que a pressão do gás por 8 ordens de grandeza, o que justifica a suposição de equilíbrio hidrostático feita anteriormente.

Podemos agora estimar a escala de tempo dos movimentos convectivos:

$$t \sim \lambda/v \sim 20 \text{ dias} \quad [3-25]$$

Embora esse pareça um tempo excessivamente longo, essa escala de tempo é muito menor do que a escala de tempo em que se processa a evolução estelar. Assim quando a composição química nas regiões mais quentes de uma zona de convecção se altera devido às reações de fusão, os movimentos convectivos rapidamente se encarregam de misturar o material, de modo que uma região convectiva é homogênea em composição o tempo todo.

A figura (3-1) mostra esse efeito:

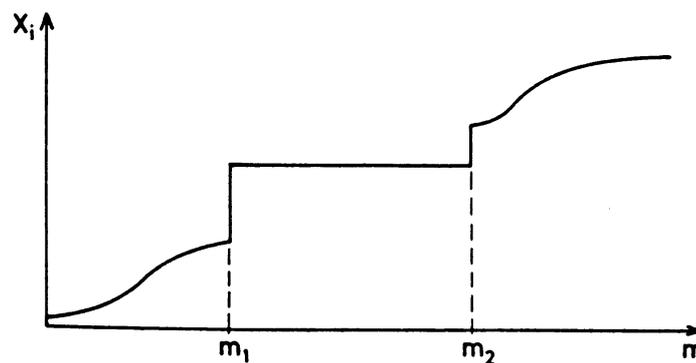


figura 3-1: A abundância de um elemento X qualquer é mantida constante ao longo da região de convecção (entre m_1 e m_2).

4. Overshooting convectivo

Até aqui temos aplicado o critério de Schwarzschild para decidir quais regiões da estrela serão dominadas por convecção. Segundo esse critério a transição entre a região radiativa e a região convectiva se dá precisamente no ponto em que $\nabla_{\text{rad}} = \nabla_{\text{ad}}$.

Entretanto um elemento convectivo acelerado pode chegar a ultrapassar esse limite e penetrar na região radiativa, fenômeno denominado de *overshooting*.

Para compreender como isso ocorre vamos considerar inicialmente um elemento convectivo ascendendo e ultrapassando o limite externo da região convectiva.

A figura (4-1) ilustra essa situação. A variação da temperatura com a pressão da estrela é indicada pela linha grossa, juntamente com a variação adiabática da temperatura (linha fina). A fronteira entre a região radiativa e convectiva se dá a uma certa profundidade z_b .

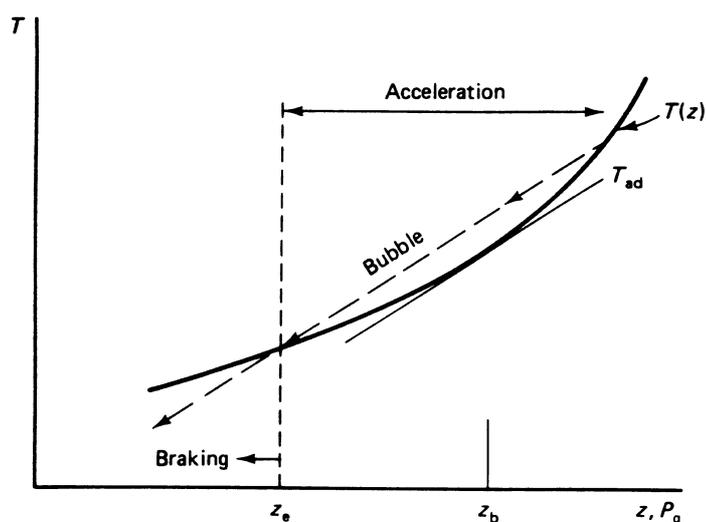


figura 4-1: Um elemento em ascensão atravessando a fronteira exterior da região de convecção.

Um elemento convectivo em ascensão segue o caminho indicado pela linha tracejada, posto que a sua evolução também é praticamente adiabática. Notamos então que ao atingir a fronteira da zona convectiva o elemento ainda possui um certo excesso de temperatura em relação às vizinhanças, e portanto continua a ser acelerado pelas forças de empuxo adentrando ainda mais na região radiativa. Assim que a temperatura do elemento se iguala à temperatura das vizinhanças em $z = z_e$ o elemento deixa de ser acelerado mas continua a adentrar na região radiativa por

inércia, depois do qual passa a ter uma deficiência de temperatura e é desacelerado pelas forças de empuxo indo parar em um ponto de profundidade $z_0 < z_e$.

O quão profundamente o elemento convectivo adentrará na região radiativa dependerá do quão rápido a temperatura decai com relação à queda de temperatura adiabática (ou equivalentemente o quão estável a região radiativa é realmente estável pelo critério de Schwarzschild), ou ainda do quão eficiente é a troca de energia entre a bolha e as vizinhanças, que faz com que a queda de temperatura do elemento seja maior do que a queda adiabática devido à perda de energia.

O overshooting de elementos convectivos ultrapassando o limite exterior da zona de convecção é o motivo pelo qual observamos a granulação na região da fotosfera solar que é convectivamente estável.

Analogamente, a figura (4-2) ilustra a situação de um elemento convectivo descendendo e ultrapassando a fronteira inferior da região de convecção, o que às vezes é denominado *undershooting*.

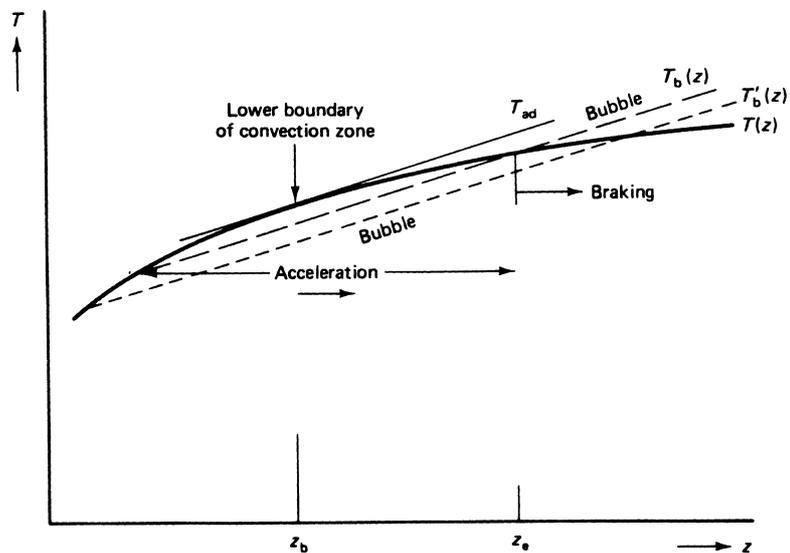


figura 4-2: Um elemento atravessando a fronteira inferior de uma região convectiva.

5. Turbulência

Vamos agora considerar muito brevemente os efeitos da turbulência dos movimentos convectivos.

A pressão turbulenta é dada por,

$$P_{turb} = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{2} \rho \bar{v}^2 \right) = \frac{1}{3} \rho \bar{v}^2 = \frac{1}{3} \rho v_s^2 \left(\frac{\bar{v}}{v_s} \right)^2 \quad [5-1]$$

Substituindo o valor da velocidade do som,

$$v_s = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{ad}} = \sqrt{\Gamma_1 \frac{P}{\rho}} \quad [5-2]$$

Obtemos,

$$\frac{P_{turb}}{P} = \frac{1}{3} \Gamma_1 \left(\frac{\bar{v}}{v_s} \right)^2 \quad [5-3]$$

Vamos agora estimar o valor da pressão de turbulência no interior estelar.

Substituindo na equação [5-2] os valores de P e ρ da tabela {3-1}, e adotando $\Gamma_1 \sim 5/3$, obtemos para o interior estelar,

$$v_s \sim 345 \text{ km s}^{-1} \quad [5-4]$$

Comparando com o valor médio da velocidade do elemento convectivo obtida em [3-24] e substituindo em [5-3] temos,

$$\frac{P_{turb}}{P} \cong 1.10^{-8} \quad [5-5]$$

De modo que podemos considerar o movimento como sendo não turbulento.

Entretanto nas camadas externas das atmosferas estelares as velocidades dos movimentos convectivos são comparáveis com a velocidade do som, o que torna o movimento turbulento.

6. Conclusão

Vamos agora resumir em algumas poucas linhas as conclusões obtidas no texto.

O mecanismo de convecção transporta energia pelo movimento de elementos macroscópicos de matéria, que se estabelece devido a uma instabilidade convectiva quando o gradiente de temperatura é muito alto. A condição para que ocorra esta instabilidade é descrita pelo critério de Schwarzschild $\nabla_{\text{rad}} > \nabla_{\text{ad}}$.

As regiões convectivas compreendem o caroço de estrelas massivas (devido a um alto fluxo de energia produzido pelo ciclo CNO e também devido à pressão da radiação) e o envelope de estrelas de baixa massa (devido a um aumento da opacidade e efeitos de ionização), sendo que a transição se dá para massas da ordem de grandeza da massa do Sol.

Não existe atualmente uma teoria que descreva satisfatoriamente o mecanismo da convecção, o melhor de que dispomos atualmente é uma teoria aproximada denominada *teoria do comprimento de mistura*. Essa teoria descreve bem o interior estelar mas introduz erros nos cálculos da atmosfera estelar, onde é necessário conhecer o valor exato do comprimento de mistura λ (geralmente tomado como da ordem de grandeza da escala de pressão).

A curta escala de tempo envolvida no mecanismo convectivo em relação à escala em que se processa a evolução estelar faz com que uma camada convectiva seja completamente homogênea em composição química o tempo todo.

Elementos convectivos podem ultrapassar o limite da região de convecção e penetrar na região radiativa, o que é denominado de *overshooting*.

O movimento convectivo nas camadas externas das atmosferas estelares pode freqüentemente ser turbulento.

7. Bibliografia

1. Böhm-Vitense, E., 1989, *Introduction to Stellar Astrophysics*, volumes 2-3, Cambridge University Press;
2. Clayton, D. D., 1983, *Principles of Stellar Evolution and Nucleosynthesis*, University of Chicago Press;
3. Cox, J. P., 1968, *Principles of Stellar Structure*, volumes 1-2, Gordon and Breach;
4. Eddington, A. S., 1926, *The Internal Constitution of the Stars*, Cambridge University Press;
5. Kippenhahn, R. e Weigert, A., 1990, *Stellar Structure and Evolution*, Springer-Verlag;
6. Maciel, W. J., 1996, *Estrutura e Evolução Estelar*, IAG-USP;
7. Mihalas, D., 1970, *Stellar Atmospheres*, W. H. Freeman and Company;
8. Schwarzschild, M., 1958, *Structure and Evolution of Stars*, Princeton University Press;
9. Swihart, T. L., 1972, *Physics of Stellar Interiors*, Pachart.